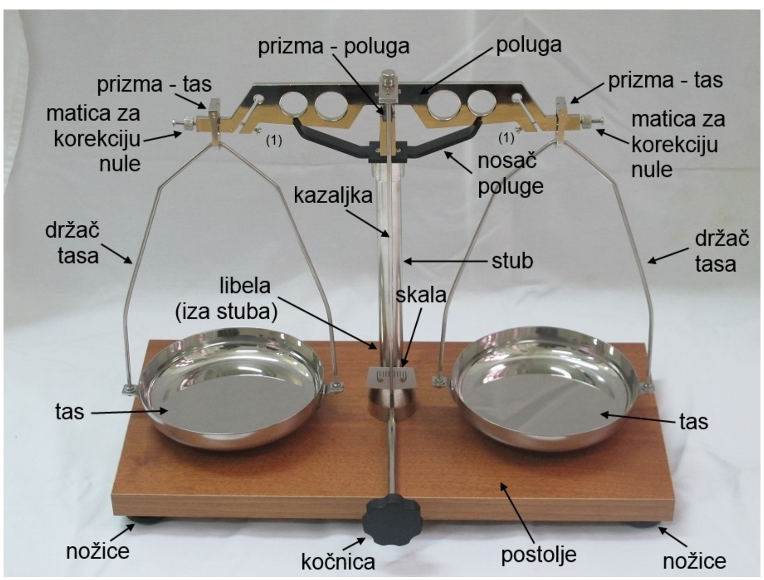
Glava 2

Instrumenti za merenje mase

2.1 Terazije

Terazije su mehanički instrument za merenje mase kojim se nepoznata masa uporedjuje sa poznatom masom tegova. Izradjuju se u raznim opsezima i tačnostima. Na slici 2.1 su prikazane terazije koje se koriste u studentskoj laboratoriji. Tačnost ovakvih terazija je reda centigrama (0,01 g).



Slika 2.1: Centigram terazije; opseg 500 g i tačnost reda 0,01 g.

Komplet tegova koji se koristi za merenje je prikazan na narednoj slici 2.2.

Slika 2.2: Komplet tegova sa pincetom za terazije; najveći teg je mase 200 g, a najmanji 1 mg.

UPOZORENJE

Sve operacije sa terazijima (npr dodavanje na tasove, korekcija položaja terazija,..) vršiti sa

zakočenim terazijama.

U suprotnom će doći do oštećenja terazija. Terazije se smeju otkočiti samo kada su **skoro uravnotežene**. Pošto obično ne znamo da li su terazije skoro uravnotežene

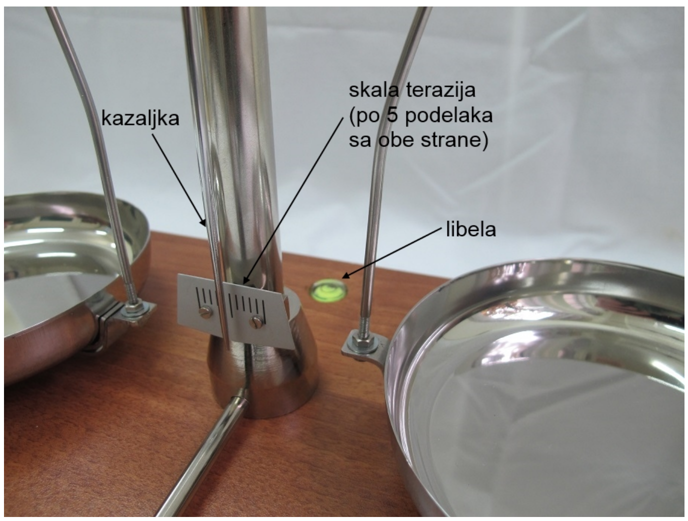
nikad ne otkočiti terazije odjednom do kraja.

Terazije **otkočivati pomalo** prateći položaj kazaljke. Tek kada smo sigurni da će kazaljka ostati unutar skale otkočiti terazije potpuno. U suprotnom, sprovesti uravnotežavanje.

2.1.1 Priprema terazija za rad

Pre početka merenja potrebno je pripremiti terazije za rad što uključuje:

1. postavljanje terazija u pravilan položaj,
2. odredjivanje praktične nule i
3. odredjivanje tačnosti terazija.



Slika 2.3: Skala terazija.

Postavljanje terazija u pravilan položaj

Libelom (koja se nalazi se na postolju iza stuba, vidi sliku 2.3) utvrditi da li je postolje terazija **horizontalno**. Postolje je horizontalno kada se vazdušni mehur u libeli nalazi na sredini nacrtanog kruga. Ako postolje nije horizontalno, postaviti ga u horizontalan položaj okretanjem nožica terazija.

Odredjivanje praktične nule

Ravnotežni položaj kazaljke **neopterećenih** terazija bi trebalo da se nalazi na nuli skale. Kada se, medjutim, neopterećene terazije otkoče i puste da osciluju, one se nakon nekog vremena zaustavljaju u realnom ravnotežnom položaju[1] koji se naziva **praktična nula terazija** koja može da odstupa od nule skale. Sva uravnotežavanja terazija tokom merenja se vrše u odnosu na praktičnu nulu.

Odredjivanje praktične nule terazija se vrši po sledećoj proceduri:

a) neopterećene terazije se otkoče i puste da osciluju;

b) registruje se 5 **sukcesivnih** amplitudnih položaja kazaljke koji se naizmenično smenjuju sa jedne odnosno druge strane;

c) nadje se srednja vrednost 3 očitavanja sa jedne i 2 očitavanja sa druge strane, pa se za praktičnu nulu uzme **zaokružena** srednja vrednost ove dve srednje vrednosti.

Primer: Neka su očitani amplitudni položaji $-5; 3; -5; 2; -4$. Sa leve strane skale su očitani $-5; -5; -4$ i njihova srednja vrednost je $(-5-5-4)/3 = -4,67$, a sa desne $3; 2$ i njihova srednja vrednost je $(3+2)/2 = 2,5$ te je praktična nula na $(-4,67+2,5)/2 = -1,08$, odnosno na -1 nakon zaokruživanja.

Napomena: Pomoću matica za korekciju praktična nula se može poklopiti sa nulom skale. Ovo doterivanje terazija **ne vrše studenti** već izvodjači nastave.

[1] Striktno govoreći, terazije se zbog statičkog trenja izmedju poluge i prizme preko koje se poluga oslanja na stub terazija zaustavljaju u neposrednoj blizini praktične nule. Položaj u kojem se terazije zaustavljaju zavisi od **detalja** kretanja terazija i praktično ga je nemoguće predvideti. Ako je prizma oštra statičko trenje je zanemarivo, te se može smatrati da se terazije zaustavljaju u praktičnoj nuli.

Odredjivanje osetljivosti i tačnosti neopterećenih terazija

Kao što je poznato, osetljivost instrumenta je $S = dy/dx$ gde je y indikatorska veličina, a x veličina koju merimo.[2] Kod terazija se za indikatorsku veličinu y uzima ugao φ koji kazaljka zaklapa sa vertikalom,[3] dok se za x uzima m - **masa pretega**, tj razlika merene mase od mase tegova na drugom tasu. Stoga je osetljivost terazija data sa

$$S = \frac{d\varphi}{dm} \approx \frac{\varphi}{m}$$

i izražava se brojem podelaka za koji skrene kazaljka terazija po jediničnom pretegu (koji se obično izražava u miligramima).

Za tačnost izgradnje terazija se uzima recipročna vrednost osetljivosti

$$\tau = 1/S \ ,$$

te je tačnost terazija data masom pretega po podeoku skretanja kazaljke terazija.

Odredjivanje tačnosti neopterećenih terazija se vrši po sledećoj proceduri:

a) na jedan tas neopterećenih terazija se stavi mali preteg m zbog čega će terazije kada se otkoče skreniti u odnosu na praktičnu nulu; najbolje je staviti **najveći preteg** za koji **kazaljka** još uvek **ostaje unutar skale terazija**.

b) pročita se broj podelaka skale n za koji je kazaljka skrenula u odnosu na praktičnu nulu i izračuna tačnost

$$\tau = \frac{m}{n} \ .$$

[2]Ispravnije je reći da je osetljivost $S = \partial y/\partial x$ zato što indikatorksa veličina y u opštem slučaju zavisi i od nekih drugih veličina a ne samo od merene veličine x, te se umesto običnog izvoda mora koristiti parcijalni izvod.

[3]Ovde je broj podelaka za koji je skrenula kazaljka najzgodnija jedinica za ugao φ.

Postupak merenja

Miligramske tegove hvatati pincetom za ušice tega, nikako rukama. Ostale tegove hvatati čistim rukama. Tegovi se ne smeju zaprljati. Posle rada zatvoriti kutiju sa tegovima da po njima ne pada prašina.

Merenje nepoznate mase se vrši tako što se na jedan tas terazija stavi telo čija se masa meri a na suprotni stave tegovi. Potrebno je staviti onoliko tegova da terazije budu uravnotežene, tj da kazaljka bude na praktičnoj nuli kada se terazije potpuno otkoče.

Prvi korak u uravnotežavanju terazija je da se na tas stavi toliko tegova da njihova masa m_v bude veća od merene mase.

Odredjivanje na kom se tasu nalazi veća masa se vrši tako što se kočnica **malo oslobodi** **(ne do kraja)**. Kazaljka **skreće ka "lakšem" tasu**.

Nadjena veća masa m_v omogućava da znamo interval $(m_m; m_v)$ koji čine manja masa m_m (za koju se na početku merenja može uzeti $m_m = 0$) i veća masa m_v a kojem se nalazi merena masa m, tj interval za koji važi

$$m_m \leq m \leq m_v \, .$$

Tokom merenja nastoji da što više suzimo interval $(m_m; m_v)$, što se najbrže radi njegovim **polovljenjem** kao u sledećem primeru.

Zamislimo da merimo masu $m = 53,256$ g. Neka smo u prvom koraku našli da je $m_v = 100$ g, tj da merena masa leži u intervalu $(0; 100)$ g. Probamo sa tegom od 50 g i nalazimo da je njegova masa manja od m, te za sledeći interval uzimamo $(50; 100)$ g. Jednostavnije od polovljenja je da probamo dodajući teg od 20 g. Tako nalazimo da je $m < 70$ g, te je novi interval $(50; 70)$ g. Nastavljamo sa 60 g (tako što skinemo teg od 20 g a stavimo teg od 10 g) i dobijamo interval $(50; 60)$ g, zatim skidamo 10 g i dodajemo 5 g tj dobijamo interval $(50; 55)$ g. Ako sada skinemo 5 g i dodamo 2 g nalazimo da je masa tegova manja od merene mase te imamo novo $m_m = 52$ g, tj interval $(52; 55)$ g. Dalje dodajemo još 2 g te nalazimo novo $m_v = 54$ g, tj interval $(52; 54)$ g, pa onda skidamo 2 g i dodajemo 1 g i nalazimo $(53; 54)$ g i tako redom dok ne stignemo do intervala $(53,250; 53,260)$ g, kada terazije postaju uravnotežene. Pokušaji finijeg uravnotežavanja korišćenjem tegova od 5 mg, 2 mg i 1 mg (najverovatnije) ne daje rezultat jer su terazije centigramske tačnosti, tj njihov najmanji podelak vredi oko 10 mg.

Nasuprot opisanoj situaciji gde terazije ”ne osećaju” najmanje tegove, postoje slučajevi kada najmanji teg koji imamo dovodi do skretanja za više od 1 podeoka. Tada se terazije ne mogu uravnotežiti tegovima već je potrebno izvršiti korekciju na uravnotežavanje. Ako je kazaljka skrenula za n podelaka u odnosu na praktičnu nulu onda korekcija iznosi

$$\Delta m_c = n\tau \ , \tag{2.1}$$

i tu korekciju treba dodati kada je masa tegova manja od mase tela, odnosno oduzeti u suprotnom slučaju.

Greška pojedinačnog merenja terazijama

Za grešku pojedinačnog merenja terazijama Δm po dogovoru uzimamo **maksimiziranu** vrednost tačnosti terazija, tj

$$\Delta m = \tau \uparrow$$

tj najmanji broj miligrama sa jednom cifrom različitom od nule a koji je veći od τ; ako je prva cifra 1, dozvoljava se i druga cifra.
Primer: Za $\tau = 23,4$ mg je $\Delta m = 30$ mg, dok je za $\tau = 14,6$ mg $\Delta m = 15$ mg.

Napomena: Tačnost (i osetljivost) terazija zavise od njihovog opterećenja. Ova zavisnost je obično toliko slaba da je dovoljno naći tačnost neopterećenih terazija i koristiti je pri svim opterećenjima. Ispravnije je, medjutim, dodati mali preteg pri tekućem opterećenju i tako naći tačnost.

Krajnji rezultat pojedinačnog merenja terazijama

Krajnji rezultat pojedinačnog merenja terazijama navodimo u obliku

$$m \pm \Delta m \ ,$$

gde je m izmerena masa (sa eventualnom korekcijom na uravnotežavanje) usaglašena **zaokruživanjem** sa greškom pojedinačnog merenja Δm.
Primer: Za $\Delta m = 30$ mg i (nezaokruženim) $m = 53,2584$ g dobijenim uz korekciju je krajnji rezultat merenja $m = (53,26 \pm 0,03)$ g, dok bi za $\Delta m =$ 15 mg krajnji rezultat merenja trebalo da glasi $m = (53,258 \pm 0,015)$ g.

Napomena: Ukoliko je merena masa prosečne gustine koja se znatno razlikuje od gustine tegova $\rho = 7,9$ g/cm^3 potrebno je izvršiti **korekciju na potisak** - vidi poglavlje 2.2.1. Principijelno je takodje moguće da krakovi poluge terazija nisu jednaki te je potrebno proveriti da li je potrebna korekcija na nejednakost krakova - vidi poglavlje 2.1.4.

2.1.2 Princip rada terazija - osnovna teorija

U osnovi terazije rade na principu **ravnokrake poluge**. Kada na raznostranu polugu krakova l_L i l_D deluju momenti sila $G_L = F_L l_L$ i $G_D = F_D l_D$ koji nastoje da okrenu polugu u suprotnim smerovima i koji su nastali dejstvom sila F_L i F_D na levi, odnosno desni, kraje poluge, uslov ravnoteže poluge glasi $G_l = G_D$, odnosno

$$F_L l_L = F_D l_D \ ,$$

gde su l_L i l_D dužina levog, odnosno desnog, kraka poluge. Kod terazija sile F_L i F_D potiču od težina $m_L g$ i $m_D g$ masa m_L i m_D stavljenih na tasove terazija, odakle sledi uslov ravnoteže

$$m_L l_L = m_D l_D \ . \tag{2.2}$$

U idealnom slučaju krakovi terazija su jednaki, $l_L = l_D$, te prethodni uslov postaje

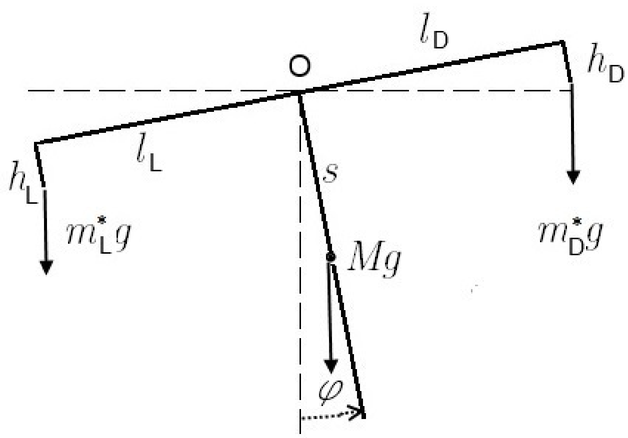
$$m_L = m_D \ ,$$

i po njemu su terazije u ravnoteži kada je merena masa m (stavljena na jedan tas terazija) jednaka masi tegova m_w (stavljenih na suprotni tas terazija).

Prethodni opis se odnosi na pojednostavljenu i idealizovanu situaciju. Zanemarana je masa tasova, masa njihovih držača, masa poluge, uzeto je da se centar mase poluge sa kazaljkom nalazi na osloncu,... itd. Detaljniji opis principa rada terazija koji vodi računa o ovim faktorima je dat u narednom poglavlju i pri prvom čitanju se može preskočiti.

2.1.3 Princip rada terazija - detaljnija teorija**

Na slici 2.4 je dat dijagram najvažnijih sila koje deluju na terazije. Polugu sa kazaljkom posmatramo kao jedno telo mase M čiji se centar mase nalazi na rastojanju s od tačke oslonoca O; dužina levog kraka poluge je l_L, a desnog l_D. Tačka vešanja levog tasa je na rastojanju h_L od poluge; analogno imamo h_D za desni tas. U idealnom slučaju bi trebalo da bude $h_L = h_D = 0$, a u realnom su ove dve veličine znatno manje od 1 mm, a mogu se i korigovati zavrtnjima (1) na slici 2.1. Masa okačena na levoj strani poluge je $m_L^* = m_{LT} + m_L$, gde je m_{LT} masa levog tasa sa držačem, dok je m_L masa levog tereta (telo ili tegovi). Analogno na desnoj strani imamo okačenu masu $m_D^* = m_{DT} + m_D$ sastavljenu iz mase desnog tasa sa držačem m_{DT} i mase desnog tereta m_D.



Slika 2.4: Dijagram osnovnih sila koje deluju na terazije.

Jednačina kretanja poluge sa kazaljkom je

$$J\ddot{\varphi} = G$$

gde je J moment inercije, a G rezultujući moment sile koji kada je poluga izvedena iz horizontalnog položaja za ugao φ aproksimativno glasi

$$G = -Mgs\sin\varphi - m^*_D g[l_D\cos\varphi + h_D\sin\varphi] + m^*_L g[l_L\cos\varphi - h_L\sin\varphi] + G_r\,,$$

gde G_r označava moment sila otpora vazduha i trenja u osloncu poluge. U ravnotežnom položaju je $G = 0$ i $G_r \approx 0$ (jer se statičko trenje u ležištu obično može zanemariti). Ako je opterećenje obeju strana poluge skoro isto tada je ugao φ koji odgovara ravnotežnom položaju mali, te je $\sin\varphi \approx \varphi$ a $\cos\varphi \approx 1$. Tako nalazimo da je sasvim generalno

$$\varphi = \frac{m^*_L l_L - m^*_D l_D}{Ms + m^*_L h_L + m^*_D h_D}\,. \tag{2.3}$$

U slučaju neopterećenih terazija je $m_L = m_D = 0$, tj $m^*_L = m_{LT}$ i $m^*_D = m_{DT}$, te iz prethodne formule (2.3) nalazimo ugao praktične nule

$$\varphi_0 = \frac{m_{LT} l_L - m_{DT} l_D}{Ms + m_{LT} h_L + m_{DT} h_D}\,. \tag{2.4}$$

Iz formule (2.4) se vidi da se praktična nula poklapa sa nulom skale, $\varphi_0 = 0$, ako npr levi i desni tas sa držačem imaju jednake mase, $m_{LT} = m_{DT}$, i ako su krakovi poluge jednaki, $l_L = l_D$.

Ako se na npr levi tas neopterećenih terazija stavi mali preteg Δm, zbog $Ms + m_L^* h_L + m_D^* h_D \approx Ms + m_{LT} h_L + m_{DT} h_D$, vidimo da ugao skretanja u odnosu na praktičnu nulu $\Delta\varphi \equiv \varphi - \varphi_0$ iznosi

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta m l_L}{Ms + m_{LT} h_L + m_{DT} h_D}$$

odakle, uzimajući $l = l_L$ za dužinu kraka terazija, nalazimo izraz za osetljivost neopterećenih terazija

$$S_0 = \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta m}\right)_0 = \frac{l}{Ms + m_{LT} h_L + m_{DT} h_D} \approx \frac{l/M}{s} \,, \qquad (2.5)$$

gde je u poslednjoj aproksimaciji uzeto da je $m_{LT} h_L + m_{DT} h_D \approx 0$. Iz ovog izraza se vidi da su terazije tim osetljivije što im je krak veći, tačnije količnik l/M veći (jer se povećanjem l povećava i M), a težište što više, tj s što manje.

Sličnim postupkom se može naći da osteljivost terazija opterećenih masom m iznosi

$$S_m = \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta m}\right)_m = \frac{l}{(Ms + m_{LT} h_L + m_{DT} h_D) + m(h_L + h_D)} \,, \qquad (2.6)$$

odakle se vidi da osetljivost zavisi od opterećenja m, kao i da opada sa m kada je $h_L + h_D > 0$, što je tipičan slučaj. Zavisnost osetljivosti od opterećenja je tipično slaba jer je član $m(h_L + h_D)$ znanto manji od konstantnog člana $Ms + m_{LT} h_L + m_{DT} h_D$ zato što su h-ovi znatno manji od s.

Formula za korekciju na uravnotežavanje je realtivno komplikovana; ako je, medjutim, član $m_L^* h_L + m_D^* h_D$ zanemariv u odnosu na Ms i ako se krakovi mogu smatrati jednakim, $l_L = l_D = l$, tada ugao skretanja približno iznosi $\varphi \approx (m_L^* l_L - m_D^* l_D)/Ms$, dok je u istoj aproksimaciji ugao praktične nule $\varphi_0 \approx (m_{LT} l_L - m_{DT} l_D)/Ms$. Stoga ugao skretanja u odnosu na praktičnu nulu glasi

$$\varphi - \varphi_0 \approx \frac{l/M}{s}(m_L - m_D) = S_m \Delta m \,, \qquad (2.7)$$

gde je S_m osetljivost na opterećenju $m \approx m_L \approx m_D$, dok je $\Delta m_c = m_L - m_D$ tražena korekcija. Znajući da je tačnost terazija $\tau = 1/S_m$ tako dobijamo formulu za korekciju (2.1).

2.1.4 Korekcija na nejednakost krakova terazija

Kada se govori o korekcijama tada pretpostavljamo da su korekcije male i da ih je potrebno vršiti u odnosu na idealan slučaj ravnoteže terazija. Videli smo, jednačina (2.2), da uslov ravnoteže terazija glasi

$$m_L l_L = m_D l_D \ ,$$

kada krakovi terazija nisu jednaki. Zamislimo da je merena masa m stavljena na levi tas uravnotežena masom tegova m_{wD} stavljenim na desni tas terazija. Tada je

$$m l_L = m_{wD} l_D \ .$$

Neka smo zatim stavili masu m na desni tas i uravnotežili je masom tegova m_{wL} stavljenim na levi tas terazija; tada je

$$m_{wL} l_L = m l_D \ .$$

Deobom poslednje dve jednačine nalazimo

$$\frac{m}{m_{wL}} = \frac{m_{wD}}{m} \ ,$$

odakle je

$$m = \sqrt{m_{wL} m_{wD}} \ , \tag{2.8}$$

što pretstavlja Gausovu metod eliminacije nejednakosti krakova terazija. Obzirom da su krakovi terazija približno jednaki, moraju biti približno jednake i mase tegova m_{wL} i m_{wD} te se prethodni izraz svodi na

$$m \approx \frac{m_{wL} + m_{wD}}{2} \ . \tag{2.9}$$

Napomenimo da pored Gausovog postoje i drugi metodi eliminacije nejednakosti krakova terazija o kojima zainteresovani čitalac može saznati više u specijalizovanoj literaturi.

2.2 Digitalna vaga

Digitalna vaga je elektronski uredjaj za merenje mase. Izmerena vrednost se prikazuje na digitalnom LCD displeju. Kod ovog instrumenta se senzorom meri sila kojom masa deluje na tas vage. Digitalne vage se izradjuju u velikom rasponu njihovih karakteristika (opseg, tačnost, rezolucija...). Na slikama 2.5 i 2.6 su dva tipa digitalnih vaga koje se koriste u studentskoj laboratoriji.

Slika 2.5: Digitalna vaga opsega 0-610 g; tačnost 0,01 g.
(1) - uključivanje/isključivanje vage; (2) - ; (3) - ; (4) - ; (5) i (6) - tariranje. Vagi je potrebno 30 min da se zagreje.

Tariranje

Digitalne vage imaju mogućnost **tariranja**, tj postavljanja skale na nulu i ako je vaga opterećena. Tariranje se vrši tako što se vaga optereti željenom masom i pritisne dugme za tariranje nakon čega skala vaga pokazuje nulu.

Slika 2.6: Digitalna vaga opsega 0-3000 g; tačnost 0,1 g; rezolucija 0,1 g.
(1) - **kratak pritisak**: ako je isključena, vaga se uključuje; ako je vaga uključena skala se postavlja na nulu (tj tarira ako je vaga opterećena).

Nakon tariranja vaga prikazuje **razliku** tekućeg opterećenja i opterećenja pri kojem je izvršeno tariranje. To npr znači da ako je vaga tarirana pri opterećenju od 100 g, ona će prikazivati 50 g kada se optereti sa još 50 g, tj ukupno sa 150 g. Ako je ukupno opterecenje smanjeno na 80 g, vaga pokazuje -20 g. Tariranje neopterećenje vage je isto što i nulovanje skale.

2.2.1 Korekcija na potisak

Korekcija na potisak je potrebna kad god se meri masa čija je gustina znatno različita od gustine tegova. Ova korekcija se vrši kako kod terazija tako i kod digitalnih vaga.

Na jedan tas terazija deluje težina mg merenog tela umanjena za potisak vazduha $\rho_v V g$ koje trpi telo; ovde je ρ_v gustina vazduha,[4] a V - zapremina tela. Analogno tome, na drugi tas terazija deluje težina tegova $m_w g$ umanjena za potisak vazduha $\rho_v V_w$ na tegove zapremine V_w. Stoga pri idealno uravnoteženim terazijama vredi

$$m - \rho_v V = m_w - \rho_v V_w \ ,$$

odakle nalazimo da korekcija na potisak vazduha, $\Delta m_p \equiv m - m_w$, iznosi

$$\Delta m_p = \rho_v (V - V_w) = \rho_v \left(\frac{m}{\rho} - \frac{m_w}{\rho_w} \right) \ ,$$

gde je ρ gustina merenog tela, a ρ_w gustina tegova. Kako je $m \approx m_w$, to je

$$\Delta m_p \approx \rho_v m \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_w} \right) \ ,$$

odnosno

$$\frac{\Delta m_p}{m} \approx \frac{\rho_v}{\rho} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_w} \right) \ .$$

Iz nadjenog izraza za relativnu korekciju se vidi da se korekcija javlja kada je $\rho \neq \rho_w$. Pri $\rho > \rho_w$ korekcija negativna (jer telo trpi manji potisak od tegova), dok je pri $\rho < \rho_w$ korekcija pozitivna. Za tela male gustine korekcija može biti znatna i data je prostijim izrazom

$$\frac{\Delta m_p}{m} \approx \frac{\rho_v}{\rho} \ .$$

Uočimo da je za nalaženje korekcije potrebno makar približno znati gustinu tela ili pak njegovu zapreminu.

Korekcija na potisak je potrebna i kod elektronskih vaga koje mere masu pomoću senzora sile. Ovaj senzor se kalibriše tako što se njime izmeri kalibracioni teg (i eventualno unese poznata vrednost ubrzanja Zemljine teže). No, ni senzor sile ”ne zna” da obračuna potisak vazduha pa je korekcija na potisak potrebna i ovde.

[4] Pri normalnim uslovima gustina vazduha iznosi ρ_v =1,29 kg/m^3.

Glava 3

Merenje gustine čvrstih tela

3.1 Gustina

Srednja gustina mase je

$$\rho = \frac{m}{V} \, ,$$

gde je m masa, a V zapremina tela. Jedinica za gustinu je $[\rho] = [m]/[V]$, tj količnik jedinice za masu i jedinice za zapreminu, i u SI sistemu to je 1 kg/m^3. Pored ove jedinice, u praksi se dosta koristi g/cm^3.

Srednja gustina je prosečna karakteristika tela. Pored nje uvodi se i **lokalna gustina mase**

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

gde je Δm masa sadržana u maloj zapremini ΔV oko tačke tela u kojoj odredjujemo lokalnu gustinu. Uzimajući da je masa kontinualno raspodeljena u prostoru lokalnu gustinu možemo definisati i sa

$$\rho = \frac{dm}{dV} \, ,$$

gde je dm masa sadržana u beskonačno maloj zapremeni dV oko posmatrane tačke tela. Znajući kako se lokalna gustina menja u prostoru, masu sadržanu u zapremini V možemo izračunati kao $m = \int_V \rho(\vec{r}) dV$.

Lokalna gustina se može menjati od tačke do tačke tela. Ako je lokalna gustina ista u svim tačkama tela, onda kažemo da je telo **homogeno** i za njega se lokalna i srednja gustina poklapaju.

Gustina na prvom mestu zavisi od vrste materijala od kojeg je telo. Gustina materijala je jedna od važnih karakteristika materijala. Gustina materijala zavisi od temperature i pritiska, odnosno gravitacionog polja, a u manjoj meri i od električnog i magnetnog polja u kojima se materijal nalazi.

3.2 Merenje gustine čvrstih tela piknometrom

Piknometer, slika 3.1, je stakleni balon koji služi za merenje gustine granulisanih (usitnjenih) čvrstih materijala i tečnosti. Zapremina piknometra i temperatura na kojoj je zapremina kalibrisana obično su naznačeni na piknometru. Pri merenju gustine čvrstih tela koristi se tečnost poznate gustine ρ_0; u studentskoj laboratoriji je to voda čija je gustina u funkciji temperature data na slici 3.1 desno.

Temp (°C)	Density (kg/m^3)
+100	958.4
+80	971.8
+60	983.2
+40	992.2
+30	995.6502
+25	997.0479
+22	997.7735
+20	998.2071
+15	999.1026
+10	999.7026
+4	**999.9720**
0	999.8395
−10	998.117
−20	993.547
−30	983.854

Slika 3.1: Piknometar (levo) i gustina destilisane vode na normalnom pritisku u funkciji temperature (desno).

Čvrsto telo (materijal) čija se gustina meri piknometrom mora biti usitnjeno (granulisano), nerastvorno u tečnosti koja se koristi i da ne upija tu tečnost.

Postupak merenja

Merenje gustine čvrstog tela se vrši na sledeći način:

1. izmeri se masa čvrstog tela m_t

2. na isti tas terazija se stave čvrsto telo i piknometar napunjen do vrha tečnošću poznate gustine ρ_0, pa se izmeri njihova zajednička masa m_1

3. telo se zatim stavi u piknometar iz koga istekne višak tečnosti; piknometar se izbriše, pa se zatim izmeri masa m_2 piknometra sa tečnošću i telom u njemu.

Zapremina tela V_t je jednaka zapremini tečnosti koju je telo istisnulo iz piknometra. Obzirom da je $m_1 - m_2$ masa istisnute tečnosti, ova zapremina je jednaka

$$V_t = \frac{m_1 - m_2}{\rho_0} \, ,$$

odakle za gustinu čvrstog tela $\rho_t = m_t/V_t$ nalazimo

$$\rho_t = \rho_0 \frac{m_t}{m_1 - m_2} \, .$$